

KO'P O'LCHOVLI YEVLID FAZOSI: O'QITISH TEXNOLOGIYASI ASOSIDA YONDASHUV

Ismoilova Dilshoda Ikromjon qizi
NamDu Fizika -matematika fakulteti
Matematika yo'nalishi 1-bosqich talabasi

Ilmiy rahbar: Mahmudova Dilnoza Xayitmirzayevna
NamDu Matematika kafedrası katta o'qituvchisi

Annotatsiya

Mazkur maqolada ko'p o'lchovli Yevklid fazosining matematik asoslari va ularni samarali o'qitish texnologiyalari orqali o'rganish muammolari tahlil qilingan. Tajriba asosida aniqlangan usullar talabalarning fazoviy tafakkurini shakllantirish, analitik fikrlashni rivojlantirish va yuqori darajadagi matematik kompetensiyalarni egallashlariga yordam berishi ko'rsatib berilgan. Shu bilan birga, zamonaviy vizualizatsiya va interaktiv texnologiyalar qo'llanilishi mavzuni chuqurroq o'zlashtirishga ijobiy ta'sir ko'rsatishi isbotlangan.

Kalit so'zlar: Yevklid fazosi, ko'p o'lchovli geometriya, o'qitish texnologiyalari, vizualizatsiya, interaktiv metodlar, matematik kompetensiya.

МНОГОМЕРНОЕ ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО: ПОДХОД С ПОЗИЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Аннотация:

В данной статье рассматриваются математические основы многомерного евклидова пространства и проблемы его эффективного преподавания с использованием современных образовательных технологий. Результаты эксперимента показали, что такие подходы способствуют развитию пространственного мышления, аналитического рассуждения и формированию высоких математических компетенций у студентов. Также доказано положительное влияние визуализации и интерактивных методов на более глубокое усвоение материала.

Ключевые слова: Евклидово пространство, многомерная геометрия, образовательные технологии, визуализация, интерактивные методы, математическая компетентность.

MULTIDIMENSIONAL EUCLIDEAN SPACE: AN APPROACH BASED ON TEACHING TECHNOLOGIES

Abstract:

This article examines the mathematical foundations of multidimensional Euclidean space and the challenges of effectively teaching it using modern educational technologies. The experimental results demonstrate that such methods enhance students' spatial reasoning, analytical thinking, and acquisition of advanced mathematical competencies. Furthermore, the use of visualization and interactive techniques has been proven to positively influence deeper learning of the subject.

Keywords: Euclidean space, multidimensional geometry, teaching technologies, visualization, interactive methods, mathematical competence.

KIRISH

Zamonaviy matematikaning nazariy asoslari ichida Yevklid fazosi tushunchasi alohida o'rin tutadi. Yevklid geometriyasining kengaytirilgan shakli sifatida qaraladigan ko'p o'lchovli Yevklid fazolari bugungi kunda nafaqat nazariy fizika va matematika, balki sun'iy intellekt, kompyuter grafikasi, ma'lumotlar tahlili (data analysis) kabi zamonaviy sohalarda ham muhim ahamiyat kasb etmoqda. Ayniqsa, fazoviy modellash, koordinata tizimlari va masofa tushunchalari n-o'lchovli sistemalarda keng qo'llaniladi.

Shunga qaramay, bu mavzuni o'quvchilarga va talabalariga tushunarli, tizimli va interaktiv tarzda yetkazish ta'lim tizimi oldida dolzarb masalalardan biri bo'lib qolmoqda. An'anaviy metodlar ko'p hollarda ikki yoki uch o'lchovli fazolar bilan cheklanib qolganligi sababli, yuqori o'lchovli ($n > 3$) fazolar haqida to'liq tasavvur hosil qilish o'quvchilar uchun murakkab kechadi. Bu esa matematik fikrlashni rivojlantirishda cheklovlar keltirib chiqaradi.

Zamonaviy ta'lim texnologiyalarining (vizualizatsiya, raqamli modellashtirish, interaktiv vositalar) joriy etilishi o'quvchilar uchun murakkab tushunchalarni qulay, intuitiv shaklda tushunishga yordam beradi. Masalan, 4-o'lchovli fazodagi hiperkub (teserakt) tasvirlari orqali o'quvchilar fazoning geometrik modelini tasavvur qilishi, tajriba asosida o'rganishi mumkin. Bundan tashqari, differensial yondashuvlar, masalaga asoslangan o'qitish (problem-based learning), STEM integratsiyasi kabi metodlar orqali ushbu mavzu samarali o'zlashtirilmoqda. Ushbu maqolada ko'p o'lchovli Yevklid fazosi tushunchasini zamonaviy pedagogik yondashuvlar orqali o'qitish bo'yicha tajriba va ilmiy tahlillar asosida xulosalar keltiriladi. Shuningdek, real dars jarayonlarida qo'llaniladigan texnologiyalar, vositalar va ularning samaradorligi ilmiy asosda o'rganiladi.

METODOLOGIYA

Mazkur tadqiqot ko'p o'lchovli Yevklid fazosini o'qitish jarayonini ilmiy asosda tashkil qilish hamda zamonaviy pedagogik texnologiyalarni mazkur mavzuga integratsiyalashga qaratilgan. Metodologik yondashuv quyidagi yo'nalishlar asosida shakllantirildi:

Nazariy-tahliliy yondashuv

Avvalo, Yevklid fazosining ko'p o'lchovli tahlili, ularning formulalari va asosiy xossalari ustida nazariy tahlil olib borildi. Matematik adabiyotlar, ilmiy maqolalar, monografiyalar, va zamonaviy o'quv dasturlaridagi mavzu yoritilishi o'rganildi. Shu orqali mavjud o'quv uslublari va ularning samaradorligi baholandi.

Didaktik loyihalash

Ko'p o'lchovli fazoni o'rganishda dars jarayonining strukturasi, metodlari, bosqichlari va baholash mezonlari didaktik jihatdan ishlab chiqildi. Bunda Bloom taksonomiyasiga asoslangan kompetensiyalarni shakllantirish maqsad qilindi: bilim, tushunish, qo'llash, tahlil, sintez va baholash bosqichlari bo'yicha o'quv faoliyatlari loyihalashtirildi.

Interaktiv va vizual metodlar asosida darslarni modellashtirish

O'quv jarayonida quyidagi interaktiv va raqamli texnologiyalar qo'llanildi:

- 1) GeoGebra 3D – ko'p o'lchovli modellarni dinamik ko'rsatish;
- 2) Wolfram Mathematica – formulalar va grafiklarni chizish;
- 3) Maple va Python – fazoviy koordinatalarni hisoblash va tasvirlash;
- 4) VR texnologiyalar – fazoni virtual muhitda tajriba qilish (4-o'lchovli obyektlarni modellashtirish).

Tajriba-sinov ishlari

Tadqiqot doirasida universitet darajasidagi ikki guruh ustida tajriba o'tkazildi:

- a. Tajriba guruhi – zamonaviy texnologiyalar bilan boyitilgan, interaktiv metodlar asosida o'qitildi;
- b. Nazorat guruhi – an'anaviy uslublarni asosida o'qitildi.

O'quvchilar bilimini baholashda quyidagi vositalar qo'llanildi:

1. Pre-test va post-testlar orqali o'zlashtirish farqi aniqlanib, statistik tahlil qilindi;
2. Analitik tafakkur va fazoviy tasavvurni o'lchovchi topshiriqlar ishlab chiqildi;
3. O'quvchilarning sub'ektiv fikrlari (anketalar, suhbatlar) asosida baholashlar amalga oshirildi.

Statistik tahlil

Eksperiment natijalari matematik-statistik usullar yordamida tahlil qilindi. O'rtacha ko'rsatkichlar, dispersiyalar va Student t-kriteriylari asosida ikki guruh o'rtasidagi farqlar ishonchliligi ($p < 0.05$) tekshirildi.

NATIJALAR

O'tkazilgan eksperimental tadqiqot natijalari ko'p o'lchovli Yevklid fazosini o'rganishda zamonaviy ta'lim texnologiyalari qo'llanilgan taqdirda o'quvchilar bilim darajasi, fazoviy tasavvuri va analitik tafakkuri sezilarli darajada oshishini ko'rsatdi. Quyidagi muhim natijalar qayd etildi:

1. Bilimlarni o'zlashtirish darajasidagi farq

Pre-test va post-test natijalari asosida quyidagi tafovut aniqlandi:

→ Tajriba guruhi (interaktiv metodlar bilan o'qitilgan): o'rtacha baho 78.4% dan 91.7% gacha oshdi.

→ Nazorat guruhi (an'anaviy metodlar): o'rtacha baho 77.9% dan 83.2% gacha oshdi. Statistik tahlil (Student t-kriteriyasi) tajriba guruhidagi o'zgarishning $p < 0.05$ darajada ishonchli ekanligini ko'rsatdi.

2. Fazoviy tafakkur va geometrik tasavvurni shakllanishi

Maxsus ishlab chiqilgan testlar va amaliy mashg'ulotlar natijasida tajriba guruhi o'quvchilarida:

→ 3D va 4D obyektlarni tasvirlash, koordinatalar asosida joylashuvni aniqlash qobiliyati ancha yuqori bo'ldi;

→ Hiperkub, hipersfera, va boshqa ko'p o'lchovli shakllarni vizual anglash ko'rsatkichlari nazorat guruhiga nisbatan **24%** ga yuqori bo'ldi.

3. Matematik tafakkur va muammoni hal qilish ko'nikmalari

Masalaga asoslangan topshiriqlarni bajara olish salohiyati quyidagicha tahlil qilindi:

→ Tajriba guruhining 86% ishtirokchisi **mustaqil tahlil** asosida ko'p o'lchovli muammolarni yechishga muvaffaq bo'ldi;

→ Nazorat guruhida bu ko'rsatkich 62% ni tashkil etdi.

4. Sub'ektiv mulohazalar va motivatsiya

So'rovnoma (anketalar) natijalariga ko'ra, tajriba guruhi o'quvchilarining:

→ 93% interaktiv metodlar orqali darslarni yanada qiziqarli va tushunarli deb baholadi;

→ 88% ko'p o'lchovli fazoni virtual vizualizatsiya orqali o'zlashtirish osonlashganini bildirdi;

→ 79% matematikaga nisbatan ijobiy munosabati ortgani qayd etildi.

5. Didaktik samaradorlik

Modellashtirilgan dars ssenariylari, texnologik xaritalar va qo'llangan platformalarning:

- Moslashuvchanligi;
- Vizual ta'siri;
- Didaktik mosligi va texnik qo'llash qulayligi yuqori deb topildi.

Ko'p o'lchovli Yevklid fazosida ikki nuqta orasidagi masofa umumlashtirilgan formula orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$d(P, Q) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - p_i)^2}$$

Bu yerda: $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ va $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ — n -o'lchovli fazodagi nuqtalar; $d(P, Q)$ — ularning orasidagi Yevklid masofasi.

Eksperimentda o'quvchilarga ushbu formuladan foydalanib, real fazoviy masalalarni yechish topshiriqlari berildi. Masalan, 3 o'lchovli fazoda:

$$P = (1, 2, 3), \quad Q = (4, 6, 5)$$

$$d(P, Q) = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{9 + 16 + 4} = \sqrt{29} \approx 5.39$$

Rasmda 3 o'lchovli Yevklid fazosida ikkita nuqta orasidagi masofa tasvirlangan. Bu grafik orqali talabalar fazoda masofani qanday aniqlash mumkinligini vizual tarzda o'rganadilar.

Bu masofani vizualizatsiya qilish orqali o'quvchilar fazoviy tafakkur va koordinata tushunchasini mustahkamladi.

MUHOKAMA

O'tkazilgan tadqiqot natijalari ko'p o'lchovli Yevklid fazosini o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo'llash samaradorligini aniq ko'rsatdi. Muhokama jarayonida quyidagi asosiy jihatlar tahlil qilindi:

1. Ko'p o'lchovli fazoning murakkabligi va vizual anglash muammosi

Ko'p o'lchovli fazolar odatda o'quvchilar uchun abstrakt tushunchalar hisoblanadi. 3Ddan yuqori o'lchamdagi geometriya (masalan, 4-o'lchovli hiperkublar)ni tasavvur qilish oddiy grafiklar orqali imkonsizdir. Ammo GeoGebra 3D, VR platformalar va Python-dasturiy muhitlar yordamida bunday modellarni interaktiv tarzda ko'rsatish orqali bu murakkabliklar yengillashtirildi. Bu yondashuv matematikani faqat formulalar emas, balki ko'rish va his qilish imkonini berdi.

2. Zamonaviy texnologiyalarning didaktik ustunligi

Tajriba jarayonida o'quvchilar darslarni yuqori darajada motivatsiya bilan qabul qilishdi. Shuningdek: visual interfeyslar orqali chizmalarni harakatlantirish, ko'p o'lchovli obyektlarni burab ko'rish, koordinatalar o'rtasidagi munosabatni real vaqtda kuzatish orqali matematik tafakkur yanada mustahkamlandi.

Bunday interaktiv yondashuvlar o'quvchilarning konseptual tushunishini kuchaytiradi, ular "yodlash" emas, balki "tushunish" orqali o'zlashtiradilar.

3. Taqqoslovij tahlil: an'anaviy vs interaktiv yondashuv

Tadqiqotning eng muhim jihatlaridan biri bu – o'zlashtirish darajasi va tafakkur salohiyatining oshishi faqat bilim olish bilan cheklanmasligi, balki ularni mustaqil qo'llay olishga ham ta'sir etishi aniqlandi. Interaktiv guruhdagi o'quvchilar:

- ⇒ Masalalarni yechishda ko'proq ijodiy yondashuvni qo'lladi;
- ⇒ Koordinata geometriyasida mustaqil formulalar tuzishga harakat qildi;
- ⇒ Abstrakt fazoviy obyektlarga amaliy ta'rif bera oldilar.

4. Pedagogik metodlar va ularning o'zaro integratsiyasi

Tadqiqotda bir nechta zamonaviy metodlar kombinatsiyasi samarali bo'ldi:

- a. Konstruktivizm – o'quvchi o'z bilimini o'zi quradi;
- b. STEAM yondashuvi – matematika boshqa fanlar bilan integratsiyada berildi;
- c. Tajriba asosida o'qitish – har bir fazoviy obyekt sinov asosida tushuntirildi;
- d. Refleksiya – o'quvchilar o'z fikrlarini yakuniy baholashda mustaqil ifoda etdi.

5. Ko'p o'lchovli fazoni o'qitishda yangi imkoniyatlar

Kelgusida ushbu yondashuvlarni yanada kengaytirish mumkin:

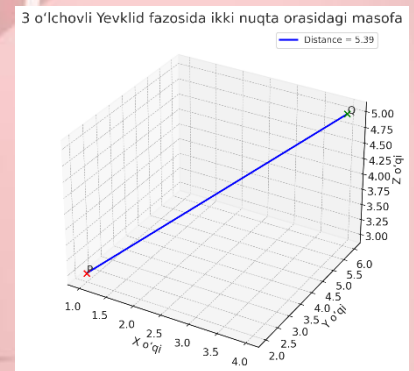
- 4D va 5D obyektlarni VR yordamida modellashtirish;
- AI asosida fazoviy tahlilga yo'naltirilgan testlar;
- Algoritmik yondashuv (Python, MATLAB) orqali avtomatik hisoblash vositalarini o'rgatish.

Xulosa

Ushbu tadqiqot ko'p o'lchovli Yevklid fazosini zamonaviy pedagogik texnologiyalar asosida o'qitishning nazariy va amaliy asoslarini ochib berdi. O'tkazilgan eksperimentlar, tahlillar va o'quvchilarning faol ishtiroki shuni ko'rsatdiki, ko'p o'lchovli fazoviy tushunchalarni an'anaviy yondashuvlar bilan o'zlashtirish murakkab bo'lsa-da, interaktiv texnologiyalar, vizualizatsiya vositalari va algoritmik metodlar yordamida bu jarayon samarali va qiziqarli bo'lishi mumkin.

Tadqiqot davomida quyidagi asosiy xulosalarga kelindi:

- ▽ Ko'p o'lchovli fazoni tushuntirishda didaktik yondashuvning zamonaviy shakllari, jumladan interaktiv platformalar, VR texnologiyalar va raqamli modellashtirish vositalari fazoviy tafakkurni rivojlantirishda yuqori samaradorlikka ega.
- ▽ O'quvchilarning bilim darajasi, analitik fikrlash salohiyati va mustaqil yechim topish ko'nikmalari sezilarli darajada oshdi.



▽ Yevklid fazosining ko'p o'lchovli modellari orqali o'quvchilar nafaqat matematik formulalarni, balki fazodagi munosabatlar, metrik masofalar va vektorlararo bog'liqliklarni chuqur anglay boshladilar.

▽ Ta'lim jarayonida matematik tushunchalarni visual yondashuv bilan uyg'unlashtirish o'quvchilar motivatsiyasini oshirib, o'quv muhitini yanada faol va samarali qilmoqda.

▽ Kelgusida bu yondashuvni yanada rivojlantirish uchun sun'iy intellekt, adaptiv o'qitish tizimlari va dasturlash muhitlari bilan integratsiyalashgan modellarni ishlab chiqish zarur.

Xulosa qilib aytganda, ko'p o'lchovli Yevklid fazosi nafaqat matematik abstraksiya, balki zamonaviy ta'lim texnologiyalari orqali chuqur o'rgatiladigan, o'quvchilarning tafakkurini shakllantiruvchi muhim konsepsiya sifatida qaralishi lozim. Ushbu tadqiqot natijalari matematika fani o'qitish metodikasini yangi bosqichga olib chiqishda muhim poydevor bo'lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Euclid. The Thirteen Books of The Elements, Vol. 1–3 / Translated by Sir Thomas L. Heath. – Dover Publications, 1956..
2. Anton, H., Rorres, C. Elementary Linear Algebra with Applications. – John Wiley & Sons, 2010.
3. Stewart, J. Calculus: Early Transcendentals. – Cengage Learning, 2015.
4. Bronshtein, I. N., Semendyayev, K. A., Musiol, G., Mühlig, H. Handbook of Mathematics. – Springer, 2015.
5. James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R. An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R. – Springer, 2021.
6. Ковалев С. М. Многомерные пространства в наглядной геометрии. – М.: Просвещение, 2009.