

## GEOMETRIYADA PROYEKSIYAR: MARKAZIY VA PARALLEL PROYEKSIYALASH XOSSALARI VA UNING TADBIQLARI

Jo'rayev Tohiron Muydinboy o'g'li  
NamDU Fizika-matematika fakulteti  
Matematika yo'nalishi 1-bosqich talabasi

Ilmiy rahbar: Maxmudova Dilnoza Xaytmirzayevna  
NamDU Matematika kafedrasida katta o'qituvchisi

### Аннотация:

Ushbu maqolada geometriyada keng qo'llaniladigan markaziy va parallel proyeksiyalash tushunchalari yoritiladi. Proyeksiyalash — fazodagi shakllarni tekislikka ko'chirishning asosiy usuli sifatida, tasvir va model yaratishda, me'morchilikda va texnik chizmada muhim rol o'ynaydi. Maqolada markaziy proyeksiyalashning asosiy belgisi sifatida ko'rish nuqtasi va to'g'ri chiziqlarning qiyanalishi haqida, parallel proyeksiyalashda esa nurlar tekislikka parallel tushirilishi natijasida hosil bo'ladigan tasvirlar haqida batafsil ma'lumot beriladi. Har ikkala proyeksiyalash turining o'ziga xos xususiyatlari, ularning farqlari va kundalik hayotdagi amaliy qo'llanilishi ilmiy-ommabop uslubda sodda va tushunarli tarzda bayon etiladi. Ushbu maqola geometrik tushunchalarni nafaqat nazariy, balki vizual va amaliy misollar orqali o'quvchilarga yaqinlashtirishga xizmat qiladi.

**Калит so'zlar:** proyeksiyalash, markaziy proyeksiya, parallel proyeksiya ortogonal proyeksiya, geometrik tasvir, proyeksiya tekisligi, fazoviy obyekt, vizual perspektiva

## ПРОЕКЦИИ В ГЕОМЕТРИИ: СВОЙСТВА ЦЕНТРАЛЬНОГО И ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕКЦИРОВАНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

### Аннотация:

В данной статье рассматриваются понятия центрального и параллельного проектирования, широко применяемые в геометрии. Проецирование, как основной метод переноса трёхмерных фигур на плоскость, играет важную роль в создании изображений, архитектуре и техническом черчении. В статье подробно объясняются основные особенности центрального проектирования - использование точки зрения и схождение прямых линий, а также особенности параллельного проектирования - перенос фигур при помощи параллельных лучей. Свойства обоих видов проектирования, их различия и практическое применение в повседневной жизни изложены в научно-популярной и доступной форме. Статья призвана приблизить геометрические понятия

к читателю не только через теоретические объяснения, но и посредством наглядных и практических примеров.

**Ключевые слова:** проецирование, центральная проекция, параллельная проекция, ортогональная проекция, геометрическое изображение, плоскость проекции, пространственный объект, визуальная перспектива

## PROJECTIONS IN GEOMETRY: PROPERTIES OF CENTRAL AND PARALLEL PROJECTION AND THEIR APPLICATIONS

### Abstract:

This article discusses the concepts of central and parallel projection, which are widely used in geometry. Projection, as a fundamental method of mapping three-dimensional shapes onto a plane, plays a crucial role in image creation, architecture, and technical drawing. The article explains the main feature of central projection - the use of a viewpoint and the convergence of lines, and the characteristic of parallel projection - the use of rays that are parallel to each other when projecting onto a plane. The specific properties of both types of projections, their differences, and their practical applications in everyday life are described in a popular-scientific, clear, and accessible style. This article aims to bring geometric concepts closer to readers not only through theoretical explanations but also through visual and practical examples.

**Keywords:** projection, central projection, parallel projection, orthogonal projection, geometric representation, spatial object, visual perspective

### KIRISH

Geometriya — bu fazo va shakllar oʻrtasidagi munosabatlarni oʻrganuvchi matematikaning asosiy boʻlimidir. Uning amaliy qoʻllanilish sohalaridan biri bu uch oʻlchamli obyektlarni ikki oʻlchamli tekislikda tasvirlash — yaʼni proyeksiyalashdir. Proyeksiyalash orqali murakkab fazoviy shakllarni soddalashtirib, ularni tahlil qilish va chizmalar yordamida ifodalash imkoniyati paydo boʻladi.

Matematik yondashuvda proyeksiyalash — bu fazodagi nuqta, toʻgʻri chiziq yoki tekislikning boshqa tekislikka oʻtkazilishidir, bunda har bir nuqtaning tasviri maxsus proyeksiya qoidalariga asosan aniqlanadi. Proyeksiyalash ikki asosiy turga boʻlinadi: markaziy va parallel proyeksiyalash, ularning har biri geometrik xossalari, tasvir aniqligi va amaliy qoʻllanish jihatidan farqlanadi.

Markaziy proyeksiyalash inson ko‘rish qobiliyatiga yaqin vizual tasvirlar yaratishda, parallel proyeksiyalash esa texnik va muhandislik chizmalarida keng qo‘llaniladi. Ushbu maqolada ushbu ikki turdagi proyeksiyalarning asosiy farqlari, matematik modellari va amaliy ahamiyati tahlil qilinadi.

## USUL

Ushbu tadqiqotda geometriyada proyeksiyalashning nazariy asoslarini tahlil qilish va markaziy hamda parallel proyeksiyalarning xossalarini solishtirish maqsad qilindi. Ish jarayonida matematik tahlil, grafik tasvirlash, taqqoslash va model asosida yondashuvlar qo‘llanildi. Dastlab, proyeksiyalash tushunchasi Euklid geometriyasi nuqtai nazaridan o‘rganilib, proyeksiyalarning analitik ifodalari chizmalar yordamida ko‘rsatildi.

Markaziy proyeksiyalashda proyeksiya chiziqlari bitta markaziy nuqtadan chiqib, fazodagi nuqtalarni proyeksiya tekisligiga tushiradi. Bu holat optik markaz (yoki kuzatuvchi nuqtasi) va tasvir tekisligi o‘rtasidagi fazoviy munosabat asosida modellashtirildi. Ushbu proyeksiyalash turini ifodalashda geometriyaning perspektiv transformatsiyasi va konikliklarning xossalaridan foydalanildi.

Parallel proyeksiyalashda esa barcha proyeksiya chiziqlari bir xil yo‘nalishda va bir-biriga parallel bo‘lib, ularning proyeksiya tekisligiga nisbatan yo‘nalishiga ko‘ra ortogonal yoki kosangonal turlari ajratib olindi. Har bir tur uchun proyeksiya formulalari alohida ko‘rib chiqildi. Ayniqsa, ortogonal proyeksiyalashda koordinata tekisliklariga tushirilgan proyeksiyalar orqali fazoviy obyektlarning analitik tasvirlari qurildi.

Tadqiqotda turli geometrik shakllar (nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekislik va ko‘pburchaklar) ustida proyeksiyalash amaliyotlari bajarilib, ularning proyeksiyadagi holati matematik jihatdan tahlil qilindi. Shuningdek, har ikki proyeksiya turining grafik ko‘rinishlari GeoGebra va boshqa kompyuter geometriya dasturlari yordamida modellashtirildi.

Geometrik proyeksiyalash — bu fazodagi nuqta  $(x, y, z)$  ni muayyan tekislikka tushirish jarayonidir. Har xil proyeksiyalash usullari o‘ziga xos matematik formulalar asosida ifodalanadi. Quyida markaziy va parallel proyeksiyalarning asosiy matematik modellari keltiriladi.

## Markaziy proyeksiyalash modeli

Markaziy proyeksiyada barcha proyeksiya chiziqlari bitta markaziy nuqtadan –  $(x_0, y_0, z_0)$  dan chiqadi. Nuqta  $(x, y, z)$  ni  $Z = d$  tekisligiga markaziy proyeksiyalash formulasi quyidagicha bo‘ladi:

$$x' = \frac{d * (x - x_0)}{z - z_0} + x_0, \quad y' = \frac{d * (y - y_0)}{z - z_0} + y_0$$

Bu yerda:

– $(x', y')$  — nuqtaning proyeksiya tekisligidagi koordinatalari

– $(x_0, y_0, z_0)$  — proyeksiya markazi

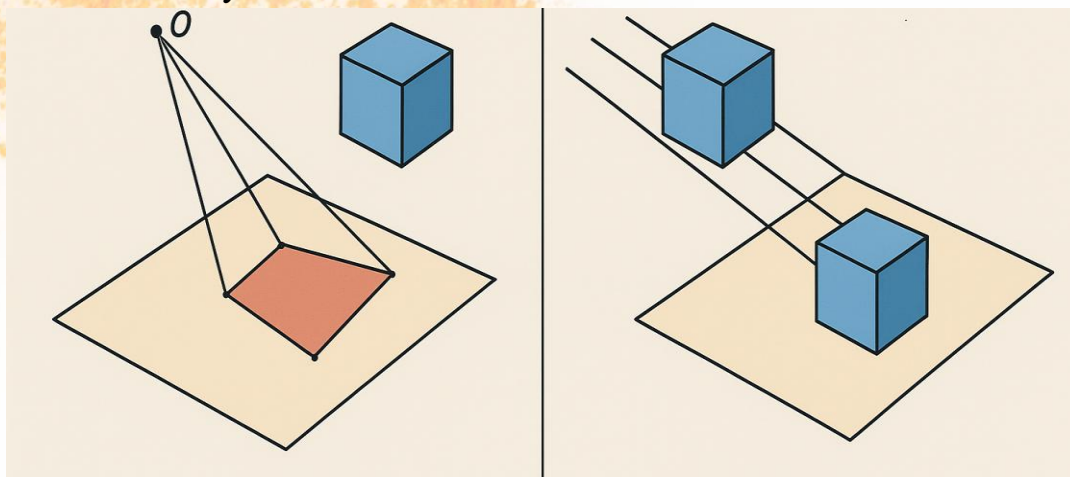
– $d$  — proyeksiya tekisligining zzz o‘qi bo‘yicha koordinatasi (ya'ni  $Z = d$ )

### Parallel proyeksiyalash modeli

Parallel proyeksiyalashda proyeksiya chiziqlari barchasi bitta yo‘nalishda, masalan,  $z$  o‘qi bo‘yicha parallel tushadi.  $Z = d$  tekisligiga proyeksiya quyidagicha aniqlanadi:

$$x' = x, y' = y, z' = d$$

Bu model — ortogonal (tik) proyeksiyalash bo‘lib, proyeksiya tekisligiga perpendikulyar bo‘lgan yo‘nalishda ishlaydi.



Agar proyeksiyalash yo‘nalishi umumiy vektorga  $\vec{v} = (a, b, c)$  bo‘lsa (ya'ni kosangonal parallel proyeksiya), u holda:

$$\text{Proyeksiya nuqtasi } P' = P + \lambda \vec{v}$$

Bu yerda  $\lambda$  — proyeksiya nuqtasining tekislikka tushishi uchun hisoblangan parametr bo‘lib, tekislik tenglamasiga qo‘yib aniqlanadi.

### NATIJA

Ushbu tadqiqotda markaziy va parallel proyeksiyalashning asosiy xossalari o‘rganildi va ularning geometrik, matematik jihatlari aniqlandi. Proyeksiyalash usullarining turli geometrik shakllar va fazoviy obyektlarga qanday ta'sir qilishi o‘rganildi. Keltirilgan natijalar quyidagicha bo‘ldi.

1. Markaziy proyeksiyalashning xossalari:

a) O‘lchamlarning o‘zgarishi: markaziy proyeksiyalashda fazodagi shakllarning o‘lchamlari proyeksiyalash nuqtasiga nisbatan kamayadi. Proyeksiyadagi obyektlarning kattaligi ular bilan markaz o‘rtasidagi masofaga bog‘liq. Uzoqdagi obyektlar kichrayadi, ya'ni o‘lchamlar real dunyo ko‘rinishidan farq qiladi.

b) Perspektiv ta'sir: markaziy proyeksiyalashda parallel chiziqlar bir nuqtada (yoki markazda) kesishadi, bu esa vizual "perspektiva" effektini yaratadi. Masalan, yo'l chizig'ining uzoqdagi qismida birlashishi yoki inshootlarning ko'rish burchaklarining o'zgarishi kabilar kuzatiladi.

c) Matematik modellar: matematik model asosida tahlil qilingan obyektlarning har biri uchun proyeksiya tekisligidagi koordinatalar  $x'$  va  $y'$  larini aniqlash mumkin bo'ldi. Shakllarning markazga nisbatan qanday torayishi yoki kengayishi tasvirlandi.

## 2. Parallel proyeksiyalashning xossalari:

a) O'lchamlarning saqlanishi: parallel proyeksiyalashda fazodagi shakllarning o'lchamlari deyarli saqlanadi. Agar ortogonal proyeksiyalashdan foydalanilsa, masofalar va burchaklar real o'lchamdagi obyektlar bilan mos keladi. Bu esa texnik va arxitektura chizmalarida aniqlikni ta'minlaydi.

b) Parallel chiziqlar saqlanishi: parallel proyeksiyada barcha parallel chiziqlar proyeksiyada ham parallel bo'lib qoladi. Bu xususiyat obyektlar o'rtasidagi nisbatlarni saqlab qolish uchun muhimdir, chunki bunday proyeksiya turida geometrik tuzilmalarning o'zgarishi minimaldir.

c) Matematik modellar: parallel proyeksiyada barcha nuqtalar tekislikka to'g'ridan-to'g'ri tushadi va ular orasidagi nisbatlar (masalan, uzunlik va burchaklar) saqlanadi. Bu esa amaliyotlarda aniq va o'zgarishsiz tasvirlar olish imkonini beradi.

## 3. Har ikki proyeksiya turining solishtirilishi:

a) Vizual va texnik o'xshashliklar: markaziy proyeksiyalashda vizual ko'rinish va haqiqiylik yuqori darajada saqlanadi, ammo geometrik obyektlarning aniq ko'rinishi va o'lchamlari o'zgaradi. Bunday proyeksiya ko'pincha san'at va arxitektura, shuningdek, 3d modellashda qo'llaniladi.

b) Texnik va aniq chizmalar: parallel proyeksiyalashda esa barcha geometrik obyektlarning o'lchamlari va nisbati saqlanadi, bu esa texnik chizmalar, inshootlar va boshqa muhandislik ilovalarida qo'llaniladi.

## 4. Amaliy misollar va modellashtirish:

a) 3d shakllar proyeksiyasi: har ikkala proyeksiya turida ham, murakkab uch o'lchamli shakllar (kub, piramida, sfera) ni proyeksiyalashda muhim farqlar kuzatildi. Markaziy proyeksiya yordamida shakllarning soddalashtirilgan, ammo vizual ko'rinishi haqiqatga yaqin bo'ldi. Parallel proyeksiya esa aniq, o'lchovli va tekislikka parallel bo'lgan shakllar yaratdi.

b) Kompyuter grafikasi: kompyuter geometriyasi va 3d model yaratish dasturlari yordamida har ikki proyeksiya turining vizual va matematik ta'sirlari modellashtirildi. Markaziy proyeksiyalashda tasvirlarda realistik ko'rinish, parallel proyeksiyalashda esa geometrik aniq chizmalar ko'rindi.

## XULOSA

Ushbu tadqiqotda geometriyaning ikki asosiy proyeksiyalash turi – markaziy va parallel proyeksiyalarning matematik modellari, xossalari va amaliy qo‘llanilishlari batafsil o‘rganildi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, har bir proyeksiya turi o‘zining noyob xususiyatlariga ega bo‘lib, ular turli sohalarda turli maqsadlar uchun qo‘llaniladi.

Markaziy proyeksiyalash ko‘pincha vizual haqiqatni yaratishda, san'at va arxitektura sohaslarida ishlatiladi. Bu turdagi proyeksiyada, fazodagi shakllarning ko‘rinishi proyeksiya markaziga yaqinlashgan sayin o‘zgaradi, bu esa uzoqdagi obyektlarni kichraytiradi. Markaziy proyeksiyada geometrik obyektlarning o‘lchamlari va shakllari faqat tasvirni ko‘rish nuqtasidan ko‘rinadi, shuning uchun u haqiqiy ko‘rinishga yaqinlashtiradi. Bu esa o‘z navbatida, tasvirning estetik jihatidan qiziqarli va haqiqiy bo‘lishini ta'minlaydi.

Parallel proyeksiyalash esa texnik chizmalar, inshootlar, 3D modellashtirish va kompyuter grafikasi sohaslarida keng qo‘llaniladi. Bu turdagi proyeksiyada obyektlar o‘lchamlari va nisbati saqlanadi, ya'ni parallel chiziqlar bir-biriga parallel bo‘lib qoladi. Bu esa texnik jihatdan aniq va o‘lchovli tasvirlarni yaratish imkonini beradi. Parallel proyeksiya turida har bir nuqta proyeksiya tekisligiga to‘g‘ridan-to‘g‘ri tushadi, bu esa aniq chizmalar va o‘lchovlarni ta'minlaydi.

Tadqiqot davomida markaziy va parallel proyeksiyalashning asosiy xossalari, formulalari va ularning amaliyotda qanday ishlashi aniqlandi. Ikkala proyeksiya turi o‘rtasidagi farqlar, ularning geometrik obyektlarga ta'siri hamda real va texnik tasvirlar o‘rtasidagi farqlar yuzasidan tahlillar keltirildi. Natijada, har bir proyeksiya turining afzalliklari va kamchiliklari aniqlandi va ular turli sohalarda qanday qo‘llanilishi mumkinligi ko‘rsatilgan.

Shu bilan birga, markaziy va parallel proyeksiyalash metodlarining o‘zaro solishtirilgan matematik modellar orqali, ilmiy tadqiqotlarda qo‘llaniladigan aniq va aniq tasvirlarning yaratilishiga imkon yaratadi. Ularning amaliy qo‘llanilishi, xususan, geometriya, dizayn, inshootlar va 3D modellashtirishda muhim ahamiyatga ega.

Kelajakdagi tadqiqotlar markaziy va parallel proyeksiyalash metodlarining yanada chuqurroq matematik tahlilini, ularning yangi geometriya va kompyuter grafikasi dasturlariga integratsiyasini o‘rganishni davom ettirishi zarur.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Anvarova, M., & Mahmudova, D. (2025). THE APPLICATION OF ECONDO-ORDER CURVES. B THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (T. 4, Выпуск 5, сс. 188–191). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15104205>
2. Abdulhayeva, G., & Mahmudova, D. (2025). TEKISLIKDA TO'G'R'I CHIZIQ TENGLAMALARI VA ULARNI AMALIYOTGA TADBIQI. B THEORETICAL

- ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 4, Выпуск 7, сс. 35–40). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15167776>
3. Karimberdiyeva, D., & Mahmudova, D. (2025). TEKISLIKDAGI PERSPEKTIV-AFFIN MOSLIKNING O'ZIGA XOS XUSUSIYATLARI. B DEVELOPMENT OF PEDAGOGICAL TECHNOLOGIES IN MODERN SCIENCES (Т. 4, Выпуск 3, сс. 114–117). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15123521>
  4. Abduraxmonova, R., & Mahmudova, D. (2025). NUQTADAN TO'G'RI CHIZIQQACHA BO'LGAN MASOFA. IKKI TO'G'RI CHIZIQ ORASIDAGI BURCHAK. B THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 4, Выпуск 7, сс. 74–78). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15186643>
  5. Ismoilova D., & Mahmudova, D. (2025). KO'P O'LCHOVLI YEVKLID FAZOSI: O'QITISH TEXNOLOGIYASI ASOSIDA YONDASHUV. *Innov. Conf.* Published online April 17, 2025:1-7. Accessed April 18, 2025.
  6. Mamatkadirova Zebo Tohirjon qizi, & Dilnoza Xaytmirzayevna Maxmudova. (2025). CONSTRUCTING AN ELLIPSE USING CONJUGATE DIAMETERS AND ITS APPLICATIONS. *International Scientific and Current Research Conferences*, 1(01), 48–55. Retrieved from <https://orientalpublication.com/index.php/isrcr/article/view/1840>
  7. Abdiqayumov, A., & Maxmudova, D. (2025). CENTRAL AND PARALLEL PROJECTIONS AND THEIR PROPERTIES. B THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 4, Выпуск 8, сс. 177–184). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15307538>